REMÉDIATION EN MATHÉMATIQUES
après le Cycle d'Orientation

FONCTIONS (Introduction)
C2 : Notion de fonction

Fonctions
Représentations d'une fonction
Choisir la bonne représentation

Je me teste et j'établis un bilan de compétences

Je comprends avec la théorie et des exemples

Je comprends à l'aide de vidéos

Je m'exerce papier-crayon

Je peux disposer des corrigés détaillés

Labomep v2

Je peux aussi m'exercer avec des séquences d'exercices interactifs sur Internet

Voir les explications p.269

Versions numériques et vidéos : http://sesamath.ch/postco

Licences : https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0

GFDL http://www.gnu.org/licenses/fdl.html

C2
Je me teste

J'évalue mes connaissances

Mode d'emploi

1. faire les exercices proposés dans cette section « Je teste mes compétences » (ils peuvent être faits directement sur ces feuilles) ;
2. s'auto-corriger à l'aide des réponses détaillées données en fin de section et auto-évaluer ses résultats pour chacune des compétences testées ;
3. décider pour chaque compétence si une remédiation est nécessaire ou utile ;
4. si la remédiation est nécessaire ou utile, explorer les ressources mises à disposition dans la suite du chapitre : vidéos, éléments de théorie et exemples ;
5. s'exercer à l'aide des exercices proposés pour chaque compétence (ils peuvent être directement effectués sur ces feuilles).

Enoncés

1 Indique, en justifiant, si les fonctions sont linéaires, affines ou ni l'un ni l'autre.

a. $f(x) = x^2 - 2$ **b.** $g(x) = 8 - 9x$ **c.** $h(x) = \frac{3}{5}x$ **d.** $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2$ **e.** $l(x) = \frac{2}{x}$

2 La fonction h est définie par la formule $h(x) = 3x(5x^2 - 2)$. Calcule l'image de $-2{,}5$; de 20 puis de 0 par la fonction h.

3 Soit une fonction l telle que $l(-2) = 12$ et $l(7) = 15$.

a. Peux-tu trouver l'image de -5 ?

b. Traduis cette phrase : « l'image de 8 par la fonction l est 10 » par une égalité.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.

5 Détermine la préimage de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.

6 Pour une fonction p, on considère le tableau de valeurs suivant.

x	-10	-3	-1	0	2,5	5	6
$p(x)$	-5	-1	0	1,5	8	0	-3

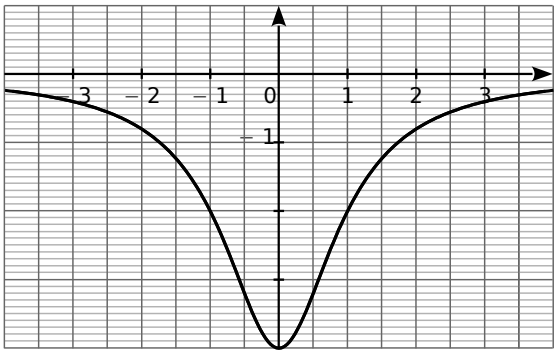
a. Détermine l'image de -10 puis l'image de 2,5 par la fonction p.

b. Détermine une (des) préimage(s) de -3 puis de 0 par la fonction p.

C2
Je me teste

J'évalue mes connaissances

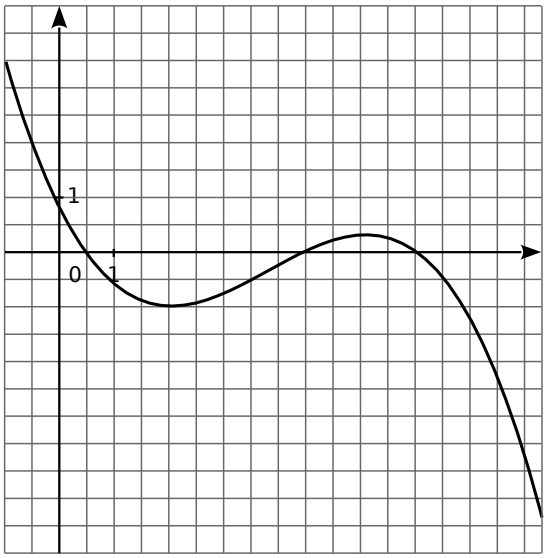
7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.



a. Détermine graphiquement $f(-3)$ et $f(2)$.

b. Détermine graphiquement la(s) préimages(s) de -2 et de $-3{,}2$ par f.

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.



a. Détermine graphiquement les images de 2 et de -1 par g.

b. Détermine graphiquement la(s) préimages(s) de 0 et de 2 par g.

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0{,}5x$ et $m(x) = -0{,}5x + 2$. Que constates-tu ?

Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe $0{,}75x$?

J'évalue mes connaissances

Corrigés détaillés

1 Déterminer si une fonction est linéaire ou affine

a. $f(x) = x^2 - 2$: est écrit sous sa forme développée et réduite. Ce n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire à cause du « x^2 » contenu dans l'expression développée.

b. $g(x) = 8 - 9x$: g(x) peut s'écrire sous la forme ax + b avec a = −9 et b = 8. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

c. $h(x) = \frac{3}{5}x$: h(x) peut s'écrire sous la forme ax avec $a = \frac{3}{5}$. Il s'agit donc d'une fonction linéaire. Elle est donc également affine.

d. $k(x) = (13 - 8x)2 - 64x^2 = 169 - 208x + 64x2 - 64x^2 = -208x + 169$. k(x) peut s'écrire sous la forme ax + b avec a = −208 et b = 169. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

e. $l(x) = \frac{2}{x}$: l(x) ne peut pas s'écrire sous la forme ax + b. Il ne s'agit donc ni d'une fonction affine ni d'une fonction linéaire.

2 Calcule l'image de −2,5 ; de 20 puis de 0 par la fonction h. L'image de −2,5 par h s'écrit h(−2,5) et vaut : $h(-2,5) = 3 \cdot (-2,5) \cdot [5 \cdot (-2,5)2 - 2] = -7,5 \cdot (5 \cdot 6,25 - 2) = -7,5 \cdot (31,25 - 2) = -7,5 \cdot 29,25 = -219,375$

L'image de 20 par h s'écrit h(20) et vaut : $h(20) = 3 \cdot 20 \cdot (5 \cdot 202 - 2) = 60 \cdot (5 \cdot 400 - 2) = 60 \cdot 1998 = 119880$

L'image de 0 par h s'écrit h(0) et vaut : $h(0) = 3 \cdot (0) \cdot [5 \cdot 02 - 2] = 0$

3 Calculer l'image d'un nombre par une fonction ?

a. L'erreur consiste à penser que : l(−5) = l(−2) + l(7) = 12 + 15 = 27.
Or, ceci serait vrai si l était une fonction linéaire. L'énoncé ne le précise pas.
On ne peut donc pas déterminer l'image de −5 par l.

b. l(8) = 10.

4 Détermine l'image de −4 par la fonction affine h définie par h(x) = −8x + 3.

a. $h(-4) = -8 \cdot (-4) + 3 = 32 + 3 = 35$

b. L'image de − 4 par la fonction h est 35.

5 On cherche le nombre x qui a pour image −6 par la fonction h. L'image de x est h(x) donc on résout l'équation h(x) = −6, c'est-à-dire : −x + 3 = −6, soit −x = −6 − 3, soit −x = −9, soit x = 9.

La préimage de −6 par h est donc 9.

6 La fonction p est définie par le tableau suivant.

a. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'image de −10 est −5 et que l'image de 2,5 est 8.

b. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que la préimage de −3 est 6 .

c. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que les préimages de 0 sont −1 et 5 .

7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre −4 et 4.

a. Graphiquement, on lit que l'image de −3 par f vaut approximativement −0,4 d'où f(-3) ≃ −0,4.

De même : f(2) ≃ −0,8.

b. Graphiquement, on lit que les préimages de −2 par f sont approximativement −1 et 1 ; les préimages de −3,2 par f sont approximativement −0,5 et 0,5.

J'évalue mes connaissances

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.

a. Graphiquement, on lit que l'image de 2 par g vaut approximativement -1 d'où $g(2) \simeq -1$.

De même : $g(-1) \simeq 3{,}5$.

b. Graphiquement, on lit que les préimages de 0 par g sont 0,5 ; 4,5 et 6,5 ; celui de 2 par g est $-0{,}5$.

9 l est linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

On calcule l'image d'un nombre.

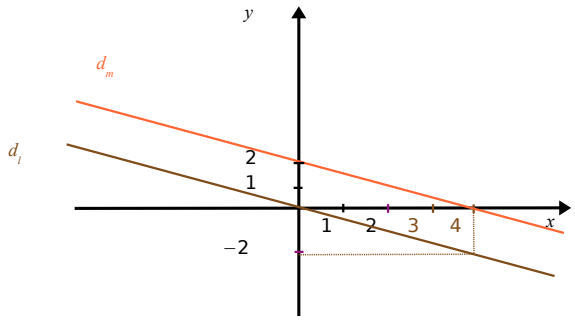
Pour $x = 4$, $l(4) = -0{,}5 \cdot 4 = -2$.

m est affine donc sa représentation graphique est une droite.

On calcule l'image de deux nombres.

- Pour $x = 4$, $m(4) = -0{,}5 \cdot 4 + 2 = 0$.
- Pour $x = 0$, $m(0) = -0{,}5 \cdot 0 + 2 = 2$.

On constate que les deux droites sont parallèles (elles ont le même coefficient directeur $-0{,}5$).



Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe 0,75x ?

Pour tracer précisément la représentation graphique de cette fonction, il faut trouver un point aux coordonnées « simples » (entières par exemple).

Puisqu'il s'agit d'une fonction linéaire, il suffit donc de prendre une seule valeur et d'en calculer l'image.

Or $0{,}75 = \frac{3}{4}$.

Il faut donc choisir une valeur de x multiple de 4 et calculer son image.

Par exemple, en choisissant $x = 8$, on trouve que l'image de 8 vaut $8 \cdot \frac{3}{4} = 6$.

Il suffit donc de placer le point de coordonnées (8 ; 6).

C2
Je me teste

J'évalue mes connaissances

Mon bilan

Pour chaque exercice effectué, indiquer un score entre

6 : excellent
5 : bon
4 : suffisant
3 : insuffisant
2 : très insuffisant
1 : rien réussi

Sujets	Exercice	Mon score	Ma moyenne sur ce sujet
Fonctions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
Représentations d'une fonction	6		
	7		
	8		
Choisir la bonne représentation	9		

Une remédiation est-elle nécessaire ?

Pour chacune de vos moyennes par sujet :

 entre 6 et 5 → la remédiation n'est à priori pas nécessaire

 entre 5 et 4 → la remédiation est conseillée

 entre 4 et 3 → la remédiation est fortement conseillée

 moins de 3 → très insuffisant ou 1 : rien réussi → la remédiation paraît indispensable

Comment procéder ?

Vous trouvez dans la suite de ce document des ressources pour effectuer une remédiation spécifique à chacun des sujets auto-testés précédemment :

- des fiches de théories avec des exemples corrigés et des vidéos d'explications

  [les symboles sont des QR codes qui peuvent être scannés avec un téléphone portable pour accéder directement à la vidéo concernée]

- des séries d'exercices « papier-crayon » qui peuvent être effectués directement dans ce document.

Théorie par l'exemple et la vidéo

1 Fonctions

L'essentiel en vidéo

Définition et vocabulaire

Définition et vocabulaire : exemples

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre, associe un (autre) nombre.
On peut souvent exprimer le procédé sous la forme d'une expression littérale.

» **Remarque :** La notion de fonction peut également être utilisée avec d'autres objets mathématiques que des nombres !

Notations

On utilise la notation $f : x \longmapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x, associe le nombre $f(x)$ », ou plus simplement $f(x) = \ldots$

Exercices corrigés

Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.

Correction

La face d'un cube est un carré de périmètre $P = 4 \cdot x$.
D'où $g(x) = 4x$ ou $g : x \longmapsto 4x$.

Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

Correction

Le volume V d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $V = x \cdot x \cdot x = x^3$. D'où $h(x) = x^3$ ou $h : x \longmapsto x^3$.

Définition

Soit f une fonction. Si $f(a) = b$ alors on dit que :

- b est **l'image** de a par f.
- a est **une préimage** de b par f.

L'**image** d'un nombre est **unique**.
Un nombre b peut avoir **plusieurs préimages**.

Exercice corrigé

Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

Détermine l'image de -5 par la fonction f.

Correction

$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^2 - 4$ donc $f(\boldsymbol{-5}) = (\boldsymbol{-5})^2 - 4 = 25 - 4 = \boldsymbol{21}$

Définition

On considère deux nombres $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ quelconques.

- On appelle **fonction affine** une fonction f qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe le nombre $\boldsymbol{a \cdot x + b}$, c'est-à-dire $f : \boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{ax + b}$, ou encore $f(x) = ax + b$
- On appelle **fonction linéaire** de coefficient $\boldsymbol{a}$ une fonction f qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe le nombre $\boldsymbol{a \cdot x}$, c'est-à-dire $f : \boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{ax}$, ou encore $f(x) = ax$
- On appelle **fonction constante** une fonction f qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe toujours le même nombre $\boldsymbol{b}$, c'est-à-dire $f : \boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{b}$, ou encore $f(x) = b$

» **Remarque :** Une fonction linéaire est donc une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).

Propriétés

Tout nombre admet **une unique préimage** par une fonction linéaire ou affine non constante.

Exercices corrigés

Théorie par l'exemple et la vidéo

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

- $f(x) = 3x$
- $g(x) = -7x + 2$
- $h(x) = 5x^2 - 3$
- $k(x) = x$
- $l(x) = 3x - 7$

Correction

- f est linéaire de coefficient 3.
- g est affine de coefficient $a = -7$ et $b = 2$
- h n'est pas affine car x est élevé au carré.
- k est linéaire de coefficient 1.
- l est affine de coefficient $a = 3$ et $b = -7$.

- Soit la fonction f linéaire telle que $f(x) = 2x$. Calcule la préimage de 7 par la fonction f.
- Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule la préimage de 14 par la fonction g.

Correction

- La préimage de 7 par f est solution de l'équation : $f(\boldsymbol{x}) = 7$ soit $2\boldsymbol{x} = \boldsymbol{7}$ donc $\boldsymbol{x} = 3{,}5$. La préimage de **7** par f est donc **3,5**.
- La préimage de 14 par g est solution de l'équation : $g(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{14}$ soit $5\boldsymbol{x} - 1 = \boldsymbol{14} \Leftrightarrow 5\boldsymbol{x} = 15 \Leftrightarrow \boldsymbol{x} = 3$. La préimage de **14** par g est donc **3**.

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.175-177 avec corrigés complets pp.257-260

2 Représenter une fonction

L'essentiel en vidéo

Représenter une fonction

Représenter une fonction : exemples

Définition

Les images respectives par la fonction f de certaines valeurs peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

Exercice corrigé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine un (des) préimage(s) de 0 par la fonction f.

Correction

a. On cherche 0 sur la 1re ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2de ligne. **L'image** de 0 par la fonction f est -4.

On écrit $f(0) = -4$ (ou $f : 0 \longmapsto -4$).

b. On cherche 0 sur la 2de ligne du tableau et on lit ses **préimages** sur la 1re ligne.

Des préimages de 0 par la fonction f sont -2 et 2.

On écrit $f(-2) = f(2) = 0$.

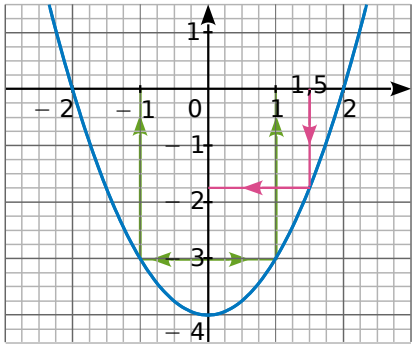
Définition

La **représentation graphique** d'une fonction f, dans un repère, est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$.

Théorie par l'exemple et la vidéo

Exercice corrigé

Le graphique représente la fonction f :



b. Détermine graphiquement $f(1{,}5)$.

c. Détermine graphiquement la (les) préimage(s) de -3 par la fonction f.

Correction

a. pour calculer $f(1{,}5)$, soit l'image de 1,5 par f, on part de 1,5 sur l'axe horizontal puis on identifie le point correspondant sur la représentation graphique de f ; à partir de ce point, on lit l'image -1,75 sur l'axe vertical. En résumé : f**(1,5) = − 1,75**.

b. pour calculer la (les) préimage(s) de -3 par f, on part de -3 sur l'axe vertical puis on identifie le(s) point(s) correspondant sur la représentation graphique de f ; à partir de ce(s) point(s), on lit la(les) préimage(s) **− 1** et **1** sur l'axe horizontal. En résumé : **− 3** a **deux préimages** par la fonction f : **− 1 et 1**.

Méthode

La **représentation graphique d'une fonction linéaire** est une droite passant par l'origine du repère, non horizontale et non verticale. Les coordonnées d'un seul point suffisent donc pour tracer cette droite.

La **représentation graphique d'une fonction affine non constante** est une droite non horizontale et non verticale. Les coordonnées de deux points suffisent donc pour tracer cette droite.

La **représentation graphique d'une fonction constante** est une droite horizontale. Les coordonnées d'un seul point suffisent donc pour tracer cette droite.

Propriétés

Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.

Exercice corrigé

a. Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0{,}5x$.

b. Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \longmapsto 3x - 2$.

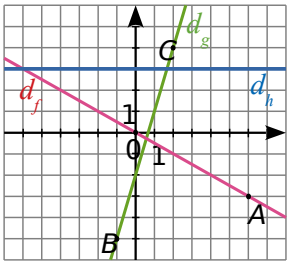
c. Représente graphiquement la fonction constante h définie par $h(x) = 3$

Correction

a. f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. Il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points. On calcule – par exemple : $f(6) = -3$.
d_f est donc la droite qui contient le point $A(6 ; -3)$.

b. g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite. Il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.
On calcule : $g(-1) = -5$ et $g(2) = 4$. d_g est donc la droite qui contient les points $B(-1 ; -5)$ et $C(2 ; 4)$.

c. h est une fonction constante. Toutes les images sont égales à 3. La droite horizontale passe par $D(0;3)$.



S'exercer papier-crayon
Exercices pp.178-182 avec corrigés complets pp.260-265

Théorie par l'exemple et la vidéo

3 Modéliser avec les fonctions

L'essentiel en vidéo

Modéliser avec les fonctions : un exemple

Exercices corrigés

En cours de sciences physiques, Inés et Diogu ont réalisé un circuit électrique avec un générateur de courant variable. Ils veulent trouver la valeur de la résistance R (en Ω) de ce circuit.

Intensité en A	0,0029	0,0117	0,0234
Tension en V	1,5	6	12

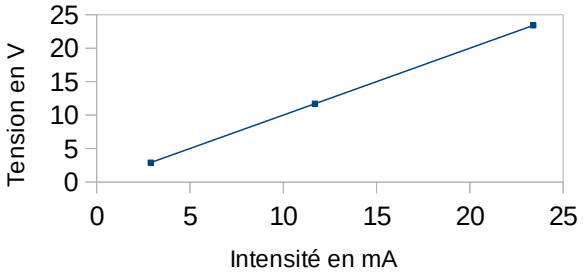
Voici les mesures obtenues.

Interprète ce tableau de valeurs.

Correction

On considère ce tableau comme le tableau de valeurs d'une fonction f qui à I associe U.

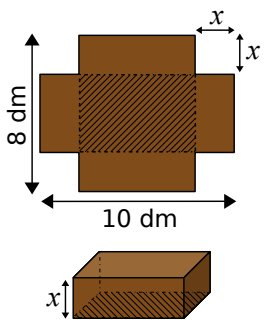
Un tableur-grapheur donne le graphique suivant.



On reconnaît la représentation graphique d'une fonction linéaire. On détermine son coefficient :
1,5 ÷ 0,0029 ≈ 517.

A partir de la formule U=RI on déduit que le circuit est donc composé d'une résistance de 517 Ω.

Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !).



On veut trouver la longueur du côté des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximal.

On note x cette longueur en cm.

Estime ce volume maximal et la longueur x au cm près.

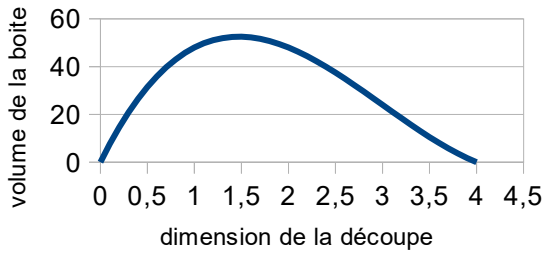
Correction

Le volume de cette boîte est donné par la formule :

V = **Longueur** · **largeur** · **hauteur** soit

V = (**10 – 2**x) · (**8 – 2**x) · x

On appelle f la fonction qui à x associe ce volume. Un tableur-grapheur donne la représentation de la fonction f.



On estime le volume maximal aux environs de 1,5. On affine avec un tableau de valeurs.

x	1,4	1,5	1,6
V=f (x)	52,416	52,5	52,224

Le volume est maximal pour 1,5 dm (environ).

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.183-186 avec corrigés complets pp.265-268

Fonctions

Un exercice corrigé en vidéo

a. Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
Détermine l'image de -5 par la fonction f.

b. Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule la préimage de 14 par la fonction g.

c. Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes :

$f(x) = 3x$

$g(x) = -7x + 2$

$h(x) = 5x^2 - 3$

$k(x) = x$

$l(x) = 3x - 7$

scanner le QR code pour accéder au corrigé

1 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *image*.

a. $f(4) = 32$ | **b.** $h(12) = -4$

a. .....

b. .....

2 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *préimage*.

a. $g(0) = -2{,}9$ | **b.** $k(-4) = 1$

a. .....

b. .....

3 Traduis chaque phrase par une égalité.

a. 4 a pour image 5 par la fonction f.

b. -3 a pour image 0 par la fonction g.

c. L'image de 17,2 par la fonction h est -17.

d. L'image de $-31{,}8$ par la fonction k est -3.

e. 4 a pour préimage 5 par la fonction f.

f. -3 a pour préimage 0 par la fonction g.

g. Une préimage de 7,2 par la fonction h est -1.

h. Une préimage de -5 par la fonction k est -8.

a. ..... | **e.** .....

b. ..... | **f.** .....

c. ..... | **g.** .....

d. ..... | **h.** .....

4 On considère une fonction h qui à tout nombre associe la moitié de ce nombre.

a. Quelle est l'image de 16 ? .....

b. Quelle est l'image de 9 ? .....

c. Calcule $h(12)$. .....

d. Complète : $h($.....$) = 16$.

e. Exprime $h(x)$: .....

5 On considère la fonction f qui à tout nombre associe son carré. Calcule.

a. $f(2) =$ ..... | **c.** $f(1{,}2) =$ .....

b. $f(-3) =$ ..... | **d.** $f(-3{,}6) =$ .....

e. Donne une préimage de 4 par f : .....

f. Donne une préimage de 5 par f : .....

6 On considère la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{x+2}{x-1}.$$

a. Pour quelle valeur de x cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie.

b. Calcule.

- $f(-2) =$ ..... | $f(0) =$ .....
- $f(-1) =$ ..... | $f(2) =$ .....
- $f(-0{,}5) =$ ..... | $f(4) =$ .....

c. Déduis-en une préimage par f du nombre :

- -2 : ..... | 0 : .....
- -1 : ..... | 2 : .....
- $-0{,}5$: ..... | 4 : .....

7 Complète le tableau en indiquant les fonctions linéaires et leur coefficient.

$f : x \longmapsto 6x - 1$

$g : x \longmapsto \frac{x}{5}$

$h : x \longmapsto \frac{5}{x}$

$j : x \longmapsto -3x^2$

$k : x \longmapsto -\frac{2}{7}x$

$l : x \longmapsto 5x - 3{,}2x$

$m : x \longmapsto -3(x - 2)$

$n : x \longmapsto 3(1 - x) - 3$

Fonction linéaire					
Coefficient					

8 f est une fonction linéaire de coefficient -5.

a. Complète le tableau de valeurs.

x	-3	$-0{,}5$			5		10
$f(x)$			$0{,}5$	0		-18	

b. Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

.....

.....

9 f est une fonction linéaire telle que $f(7) = -2$.

Sans déterminer le coefficient de f, calcule.

a. $f(21)$ .....

b. $f(-3{,}5)$ .....

10 Parmi ces fonctions, détermine :

$f : x \longmapsto 4x - 3$

$g : x \longmapsto 5 - 2x$

$h : x \longmapsto 4{,}5x$

$j : x \longmapsto 3x^2 + 5$

$k : x \longmapsto -4$

$l : x \longmapsto \frac{1}{x}$

a. celles qui sont affines : .....

b. celles qui sont linéaires : .....

c. celles qui sont constantes : .....

d. celles qui ne sont pas affines : .....

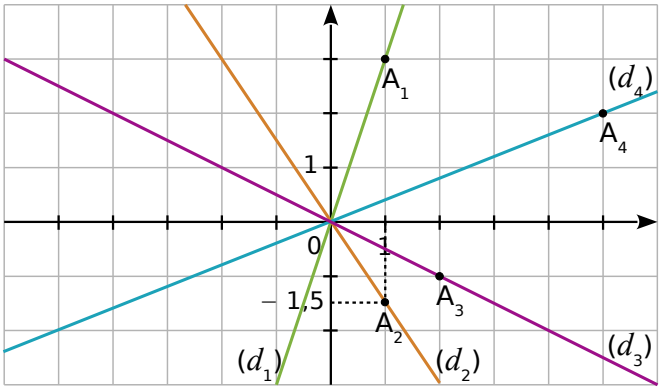
11 Dans une recette de pâte à crêpes, on peut lire qu'il faut 1 L de lait pour réaliser 20 crêpes. Traduis cette situation de proportionnalité par une fonction.

.....

.....

.....

12 Les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires f_1, f_2, f_3 et f_4.



a. Quelles sont les coordonnées de A_1, A_2, A_3 et A_4 ?

.....

.....

b. Déduis-en quatre égalités avec f_1, f_2, f_3 et f_4.

.....

.....

c. Déduis-en le coefficient de f_1, f_2, f_3 et f_4.

Fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Coefficient				

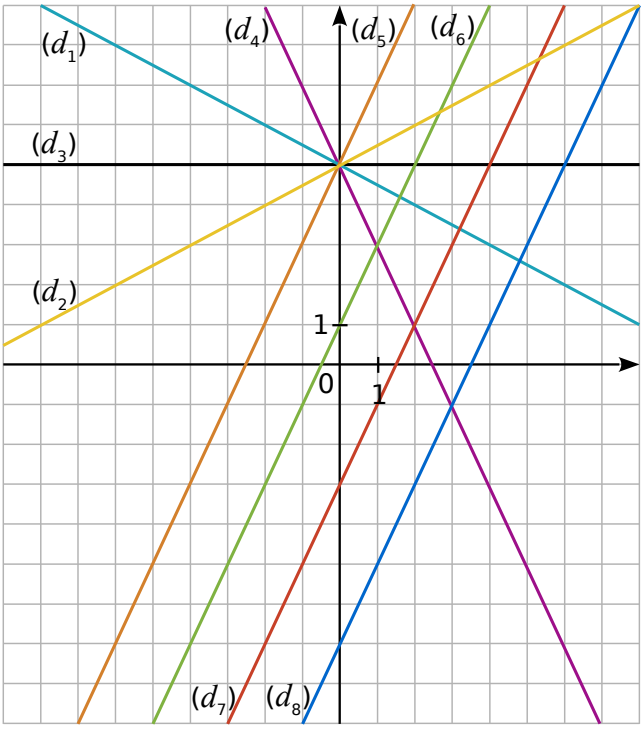
d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

.....

.....

.....

13 Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine la droite qui est sa représentation graphique.



Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x + 1$	$(d\ldots)$
$x \longmapsto \frac{1}{2}x + 5$	$(d\ldots)$
$x \longmapsto -2x + 5$	$(d\ldots)$
$x \longmapsto 5$	$(d\ldots)$

Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x - 3$	$(d\ldots)$
$x \longmapsto 2x - 7$	$(d\ldots)$
$x \longmapsto$ 1 _	$(d\ldots)$
$x \longmapsto 2x + 5$	$(d\ldots)$

14 Soient f_1 et f_2 deux fonctions linéaires telles que :

$$f_1(3) = 18 \text{ et } f_2(-3) = 27.$$

Détermine les fonctions f_1 et f_2.

15 Détermine les fonctions affines f_1 et f_2 telles que :

$f_1(1) = 4$ et $f_1(4) = 7$ | $f_2(2) = -1$ et $f_2(-1) = 2$

16 Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15 % sur tous les articles.

a. Un article coûtait 28 chf avant les soldes. Quel est son nouveau prix ?

b. On appelle f la fonction qui, au prix de départ p, associe le prix soldé. Donne son expression.

c. Un article coûtait 45 chf avant les soldes. Quel est son prix soldé ?

d. Un article est soldé à 31,79 chf. Quel était son prix avant les soldes ?

Annexe : corrigés détaillés pp.259-261

Représentations d'une fonction

Un exercice corrigé en vidéo

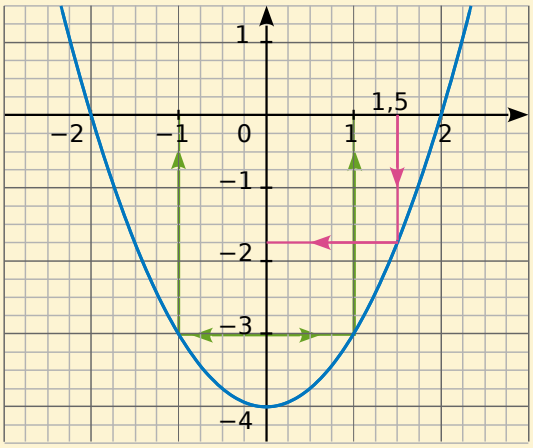
Voici un **tableau de valeurs** d'une fonction f

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine une (des) préimages(s) de 0 par la fonction f.

Le graphique représente la fonction f.



c. Détermine graphiquement $f(1{,}5)$.

d. Détermine graphiquement la (les) préimages(s) de -3 par la fonction f.

e. Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0{,}5x$ et la fonction affine g définie par $g : x \longmapsto 3x - 2$.

scanner le QR code pour accéder au corrigé

1 Voici un tableau de valeurs d'une fonction h.

x	-3	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0
$h(x)$	$-1{,}5$	-2	1,4	$-1{,}8$	$-1{,}5$	0,25	2

Complète chacune des égalités suivantes.

a. $h(-2{,}5) =$ .....
b. $h($.....$) = -1{,}8$
c. $h(0) =$ .....
d. $h($.....$) = -1{,}5$
e. $h(-0{,}5) =$ .....
f. $h($.....$) = 1{,}4$

2 Voici des indications sur une fonction k.

- L'image de 2 par k est 5,5.
- $k : -10 \longmapsto -6$ et $k(-6) = 2$.
- Une préimage de -4 par k est 5,5.
- Les préimages de 5,5 sont 2, -4 et 125.

Complète le tableau grâce à ces indications.

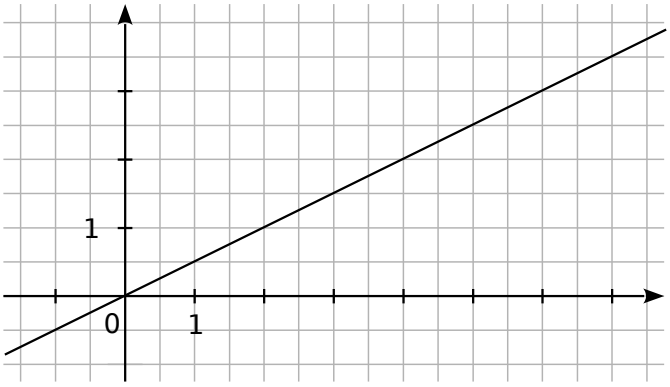
x						
$k(x)$						

3 Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction p.

x		4	-2	12	7		-10
$p(x)$	4			-17	2		12

a. -8 est l'image de 4 par la fonction p.
b. Une préimage de 4 par la fonction p est -3.
c. -8 a pour préimage 15 par la fonction p.
d. $p(-2) = 7$ et $p(7) =$ ..... .
e. 12 a pour image ..... par la fonction p.
f. L'image de ..... par la fonction p est 12.

4 Ce graphique représente une fonction f.



Représentations d'une fonction

a. Place le point A de la courbe d'abscisse 4.

b. Quelle est l'ordonnée de A ? .....

c. Place le point B de la courbe d'abscisse 7.

d. Quelle est l'ordonnée de B ? .....

e. Place le point C de la courbe d'ordonnée 1.

f. Quelle est l'abscisse de C ? .....

g. Place le point D de la courbe d'ordonnée 2,5.

h. Quelle est l'abscisse de D ? .....

i. Place le point E de coordonnées $(-1 ; 3)$.

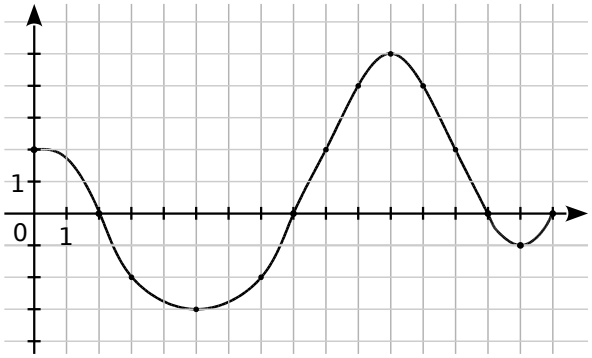
j. Complète :

$f(4) =$ ..... $f(\ldots) = 2{,}5$

$f(7) =$ ..... $f(\ldots) = 1$

.....

5 Ce graphique représente une fonction k pour x compris entre 0 et 16.



a. L'image de 8 par la fonction k est ..... .

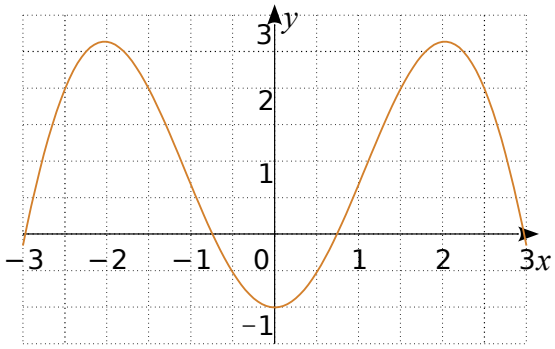
b. Quels sont les préimages de 2 par k ?

c. Quels nombres ont pour image -2 par k ?

d. Quels sont les préimages de 0 par k ?

e. Quels nombres entiers ont deux préimages ?

6 Voici la représentation graphique d'une fonction k.



a. Complète le tableau de valeurs suivants.

x	-2		0	1	2	3
$k(x)$		-1				

b. Détermine les images de :

0,5 : ..... | -1 : .....

1,5 : ..... | $-2{,}5$: .....

c. Détermine tous les antécédents de :

$-0{,}5$: ..... | 3: .....

2 : ..... | $-2{,}5$: .....

d. Détermine les abscisses des points dont l'ordonnée est négative.

.....

.....

e. Quel est le nombre de préimages d'un nombre négatif par la fonction k ?

.....

f. Détermine le (ou les) nombre(s) qui ont une seule préimage par la fonction k.

.....

g. Que peut-on dire de l'image de 2 et de -2 ?

.....

h. Que peut-on dire de la courbe ?

.....

.....

Représentations d'une fonction

7 Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4}{1+x^2}$ pour x compris entre -4 et 4.

a. Détermine l'image de 2 et -2 par la fonction f. Tu donneras le résultat sous forme d'un décimal.

.....

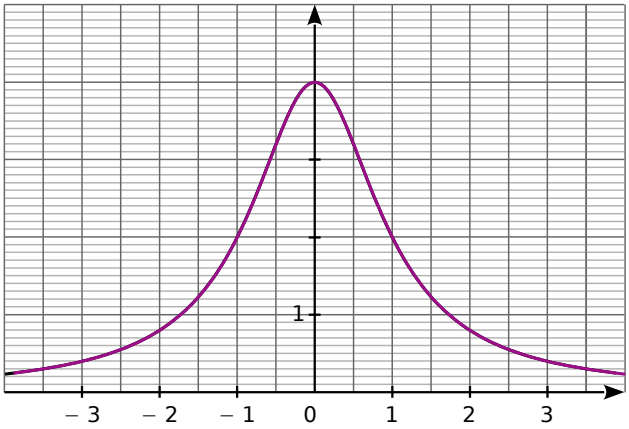
.....

b. Quelle est l'ordonnée du point A d'abscisse 3 appartenant à la courbe de la fonction f ?

.....

c. Montre qu'une préimage de 3,2 est $\dfrac{1}{2}$.

Voici le graphique de la fonction f.



d. Détermine graphiquement :

• $f(0)$: .....

• l'image de 2 : .....

• l'image de -2 : .....

e. Détermine graphiquement les préimages :

• de 2 : .....

• de 3,2 : .....

f. Donne un nombre qui :

• a une préimage: .....

• a deux préimages: .....

• n'a aucun préimage: .....

8 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 1$ pour x compris entre -1 et 4.

a. Complète le tableau de valeurs de la fonction f.

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$						

b. Donne les coordonnées des six points A, B, C, D, E et F appartenant au graphique de f d'abscisses respectives -1, 0, 1, 2, 3 et 4.

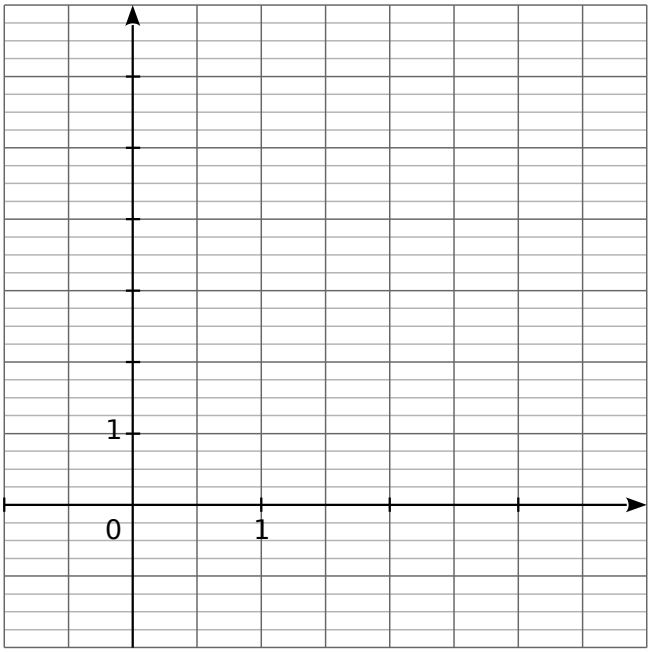
.....

.....

.....

.....

c. Place ces points dans le repère ci-dessous et trace une ébauche de courbe au crayon gris.



d. Pour être plus précis dans le tracé, on détermine d'autres points appartenant à cette courbe. Complète le tableau de valeurs de la fonction f.

x	$-0,5$	0,5	1,5	2,5	3,5
$f(x)$					

Représentations d'une fonction

e. Donne les coordonnées des cinq points G, H, I, J et K appartenant au graphique de f d'abscisses respectives $-0{,}5$; 0,5 ; 1,5 ; 2,5 et 3,5.

.....

.....

.....

f. Relie ainsi harmonieusement tous ces points.

9 Soit les fonctions $f : x \longmapsto 4x$ et $g : x \longmapsto -4x$.

a. Quelle est la nature de leur représentation graphique ? Justifie.

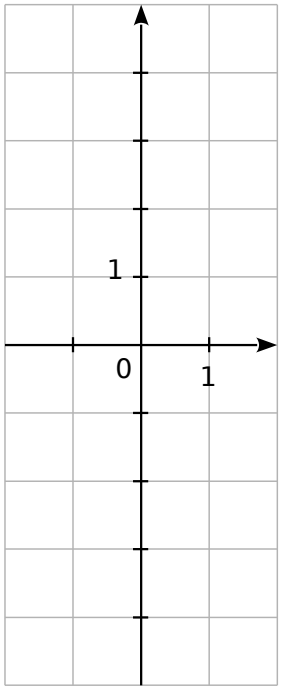
.....

.....

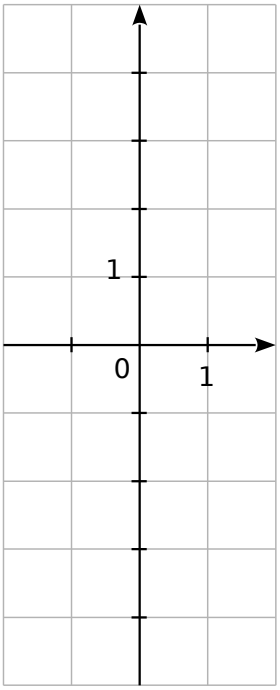
.....

b. Calcule les coordonnées des points F et G d'abscisse 1 de la courbe de f puis de celle de g.

c. Trace la courbe de f.



d. Trace la courbe de g.



10 Soit la fonction $g : x \longmapsto 2x - 1$.

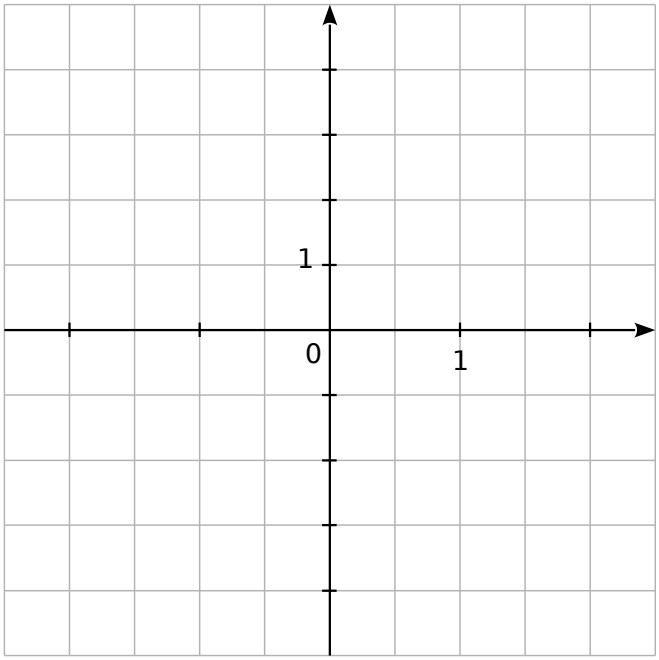
a. Quelle est la nature de sa représentation graphique ? Justifie.

b. Complète le tableau suivant.

x	0	1
$g(x)$		

c. Déduis-en les coordonnées de deux points appartenant à cette représentation graphique.

d. Trace la représentation graphique de la fonction g dans le repère ci-dessous.



e. Par lecture graphique, complète le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1	0,5		
$g(x)$				2	3

f. Quelle est l'image de 2 par g ?

Représentations d'une fonction

g. Quel nombre a pour image 2 par g ?

h. Quelle est l'image de 0,5 par g ?

i. Quel est la préimage de -3 par g ?

j. $g(-1{,}5) =$ .....

k. $g(4) =$ .....

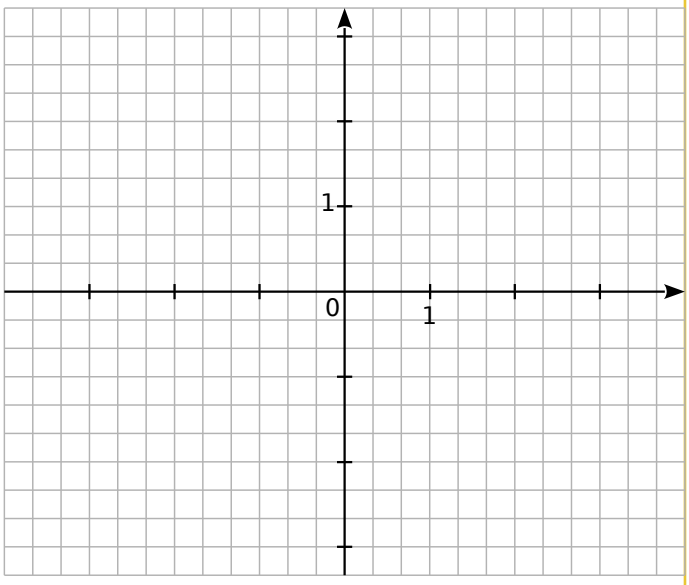
l. $g($.....$) = 1$

m. $g($.....$) = -1{,}5$

11 On considère les fonctions

$$f : x \longmapsto \frac{2}{3}x - 1 \text{ et } g : x \longmapsto -\frac{1}{3}x + 2.$$

On appelle (d_f) et (d_g) leur représentation graphique.



a. Détermine les coordonnées des points F_0 et G_0 d'abscisse 0 respectivement sur (d_f) et (d_g).

.....

.....

.....

b. Détermine le coefficient de f et de g.

.....

.....

.....

c. Déduis-en les coordonnées des points F_1 et G_1 d'abscisse 1 respectivement sur (d_f) et (d_g).

.....

.....

d. Ces deux points suffisent-ils à tracer précisément chaque courbe ? Justifie.

.....

.....

.....

e. Détermine les coordonnées des points F_{-3} et G_{-3} d'abscisse -3 respectivement sur (d_f) et (d_g).

.....

.....

.....

f. Place ces différents points puis trace (d_f) et (d_g).

g. Ces deux droites sont sécantes en un point I. Lis les coordonnées de ce point I.

.....

.....

.....

h. Résous graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. À quoi cela correspond-il graphiquement ?

.....

.....

.....

Annexe : corrigés détaillés pp.262-267

Modéliser avec les fonctions

Un exercice corrigé en vidéo

La vitesse d'un train en *km/h*, t minutes après le départ, vaut $3t^2$ pour $0 \leqslant t \leqslant 10$.

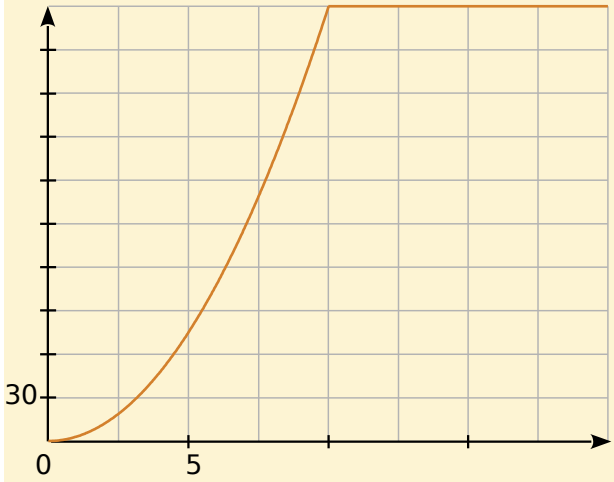
On appelle v la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

Calcule $v(5)$.

Donne une interprétation du résultat.

Quelle est la préimage de 168,75 par v ? Donne une interprétation du résultat.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, du train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 120 km/h ?

Quelle est la vitesse maximale du train ?
Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

Précise une expression de la fonction v pour $0 \leqslant t \leqslant 20$.

scanner le QR code pour accéder au corrigé

12 Soient f et g deux fonctions affines telles que :

$f(0) = -2$ et $f(5) = 6{,}5$ | $g(0) = 0{,}8$ et $g(5) = 6{,}8$

a. Justifie que ces fonctions ne sont pas linéaires.

.....

.....

.....

.....

b. Quelle est la nature de leurs représentations graphiques ?

.....

.....

.....

.....

c. Écris $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme $ax + b$ où a et b sont des nombres à préciser à chaque fois.

.....

.....

.....

.....

.....

d. Détermine par le calcul la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$.

.....

.....

.....

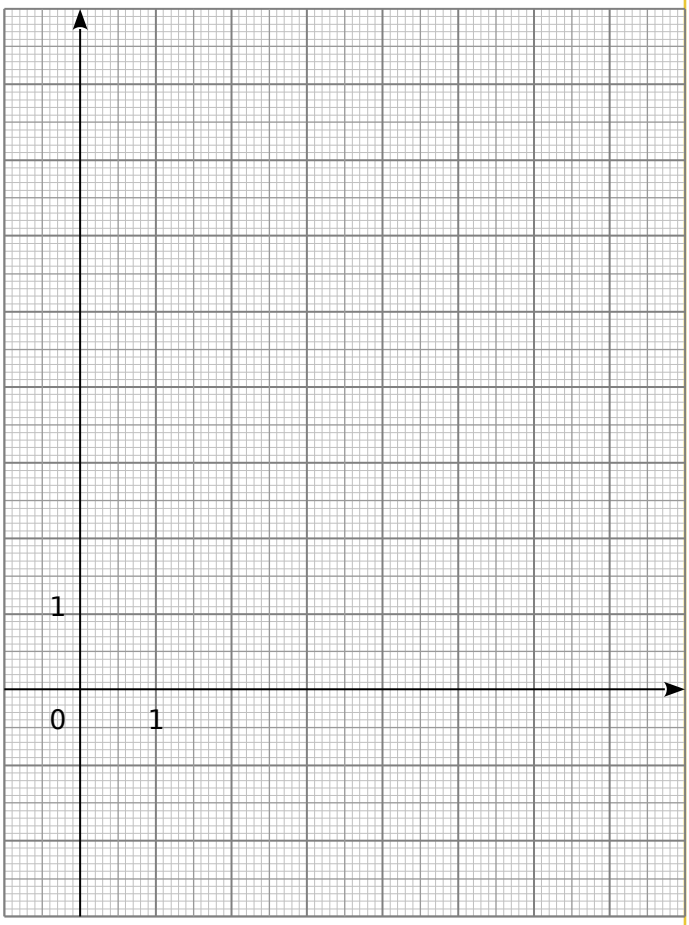
.....

e. Complète les tableaux de valeurs suivants.

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						
$g(x)$						

f. Construis les courbes représentatives d_f et d_g

des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.



g. Retrouve la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$ sur le graphique où tu feras apparaître les pointillés nécessaires.

h. Détermine les coordonnées exactes du point K d'intersection de d_f et d_g.

.....

.....

.....

.....

.....

i. Résous graphiquement $f(x) < g(x)$.

.....

.....

.....

13 L'école décide d'acheter un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 chf ;
- Tarif B : 10 centimes par élève ;
- Tarif C : 8 euros +5 centimes par élève.

a. Complète le tableau suivant.

Nombre d'élèves	**100**	**200**	**300**
Tarif A	19 chf		
Tarif B			30 chf
Tarif C		18 chf	

b. Si x représente le nombre d'élèves, entoure la fonction qui correspond au tarif C.

$x \longmapsto 8 + 5x$ $\quad$ $0{,}05x$ $\quad$ $8x$

$x \longmapsto 8 +$ $\quad$ $x \longmapsto 0{,}05 +$

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

.....

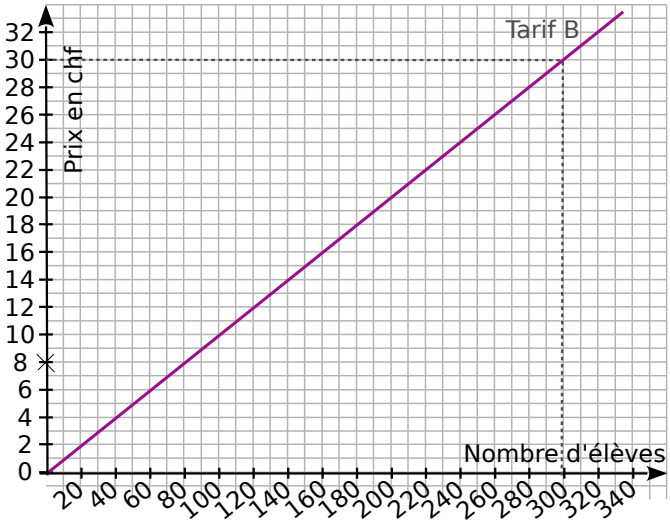
.....

.....

.....

.....

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représente les tarifs A et C.



d. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? (On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.)

Modéliser avec les fonctions

.....

.....

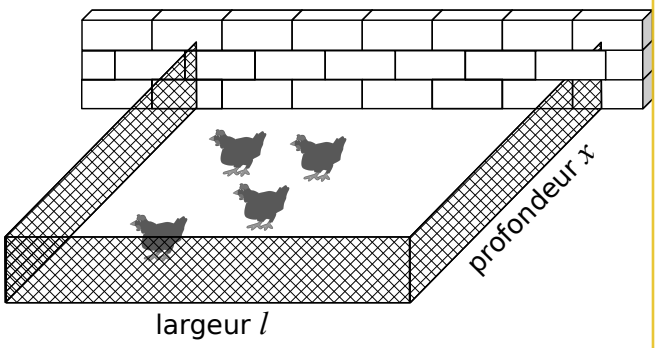
.....

e. Dans l'école, il y a 209 élèves. Quel est le tarif le plus intéressant pour l'école ?

.....

.....

14 Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note l et x respectivement la largeur et la profondeur de l'enclos, en mètres.

a. Quelle est l'aire de l'enclos si $x = 3$ m ?

.....

.....

.....

b. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

.....

.....

.....

c. On note $\mathcal{A}$ la fonction qui, à x, associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine $\mathcal{A}$.

.....

.....

.....

d. Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction $\mathcal{A}$.

x	0	1	2	3	4	5
$\mathcal{A}(x)$						

x	6	7	8	9	10	10,5
$\mathcal{A}(x)$						

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x et donne un encadrement du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximal.

.....

.....

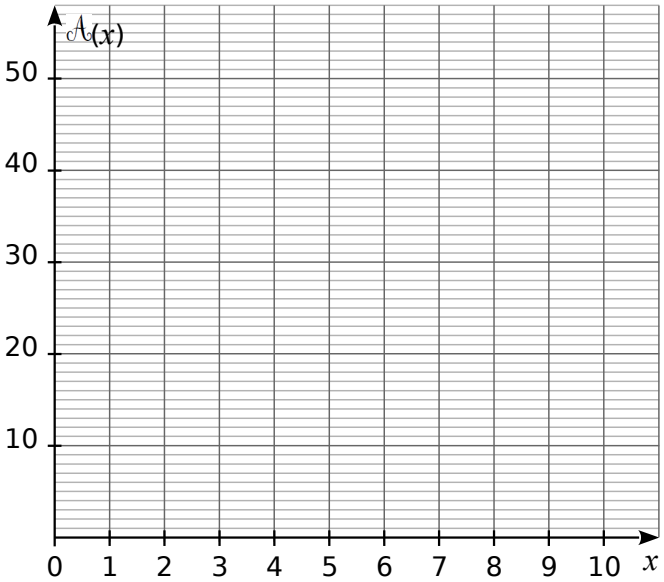
.....

.....

.....

.....

f. Construis la courbe représentative de $\mathcal{A}$.



g. Complète ce nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximal.

x	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$\mathcal{A}(x)$							

.....

.....

Modéliser avec les fonctions

h. Calcule $\mathcal{A}(5{,}25) - \mathcal{A}(x)$ puis montre que cette expression est égale à $2(x - 5{,}25)^2$.

i. Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ est maximal.

j. Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

15 Un entreprise fabrique chaque jour un produit. On appelle x la masse journalière produite en kg. x peut varier entre 0 et 45. Le coût de production de ces x kg de produit exprimé en euros est donné par la formule : $C(x) = x^2 - 20x + 200$. Le prix de vente de ce produit est de 34 chf le kg. On suppose que tous les objets fabriqués sont vendus.

a. Quel est le coût de production pour 10 kg de produit ?

b. Quelle la recette liée à la vente de ces 10 kg ?

c. Quel est le bénéfice réalisé ?

d. Détermine la recette $R(x)$ réalisée lorsque l'entreprise fabrique et vend x kg de produit.

e. Détermine le bénéfice $B(x)$ correspondant.

f. Trace dans un repère la représentation graphique de la fonction B.

g. Pour quelle valeur de x, le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

Annexe : corrigés détaillés pp.267-270