Angles et Triangles

POLYC1 2021-2022

Contenu :

- Angles
- Triangles
- Solides composés
- Structure de résolution



CFP Arts Genève
https://cfparts.ch/

Johann Sievering
v05

CC BY NC ND

OBJECTIFS du COURS





Angles

Triangles

Objectifs :

- Connaître le vocabulaire des angles
- Connaître le vocabulaire des triangles
- Etre capable de déterminer le type et les propriétés d'un angle ;
- Etre capable de déterminer le type les propriétés d'un triangle ;
- Etre capable de résoudre des problèmes impliquants des angles et des triangles.

(cc) BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

ANGLES



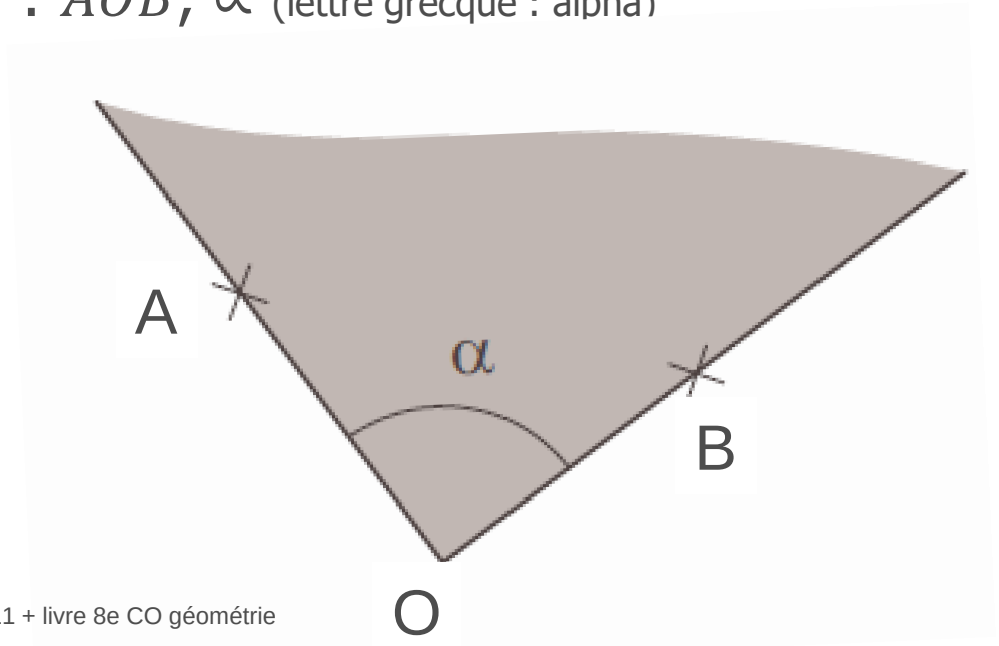
(cc) BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Définition

- Un angle est une figure formée de deux demi-droites de même origine (O)
- L'origine (O) commune des deux demi-droites est le **sommet** de l'angle
- Les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle

- Notation : $\widehat{AOB}$, $\propto$ (lettre grecque : alpha)



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

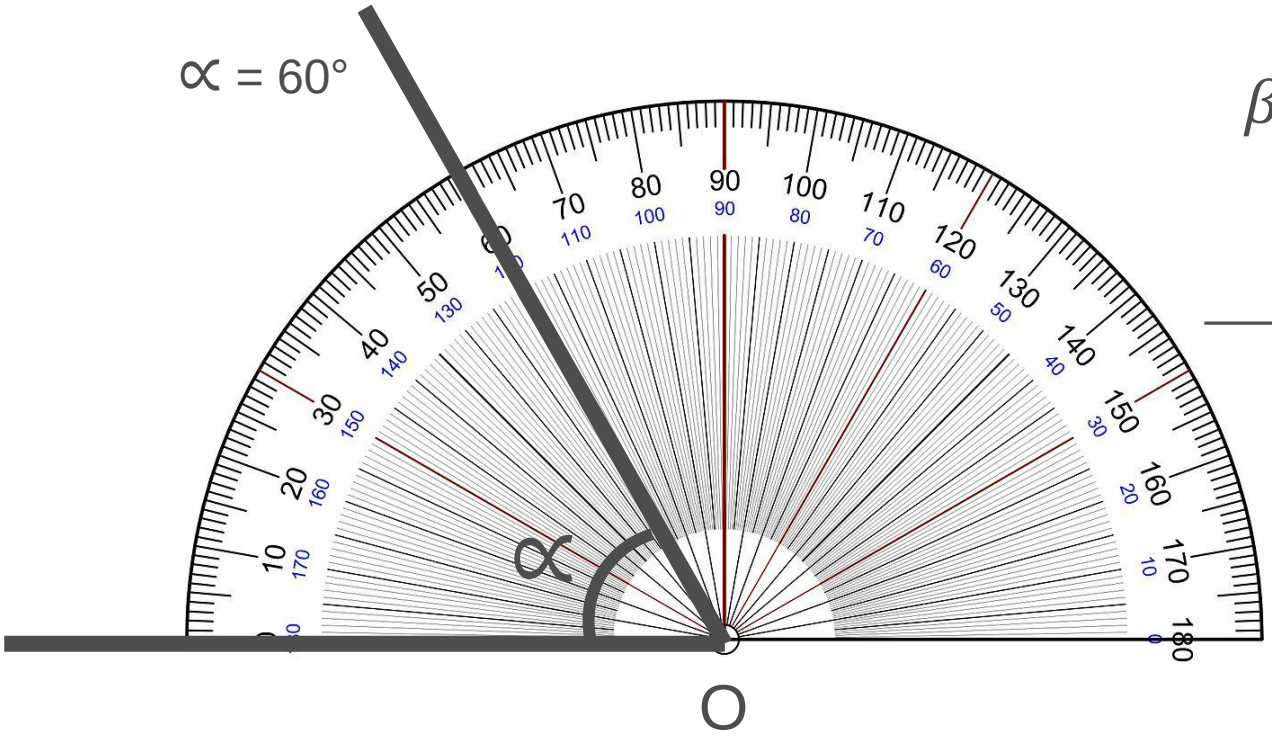
(cc) BY-NC-ND

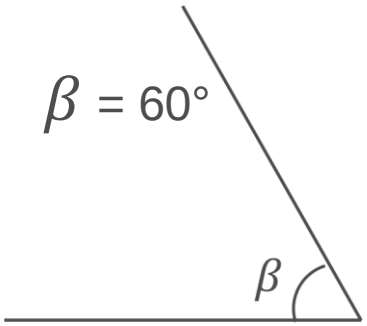
johann.sievering@edu.ge.ch

Angles égaux

- La mesure des angles se fait avec un rapporteur
- L'unité d'angle est le **degré**

deux angles sont égaux,
s'ils ont la même mesure





$\alpha = \beta$

BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

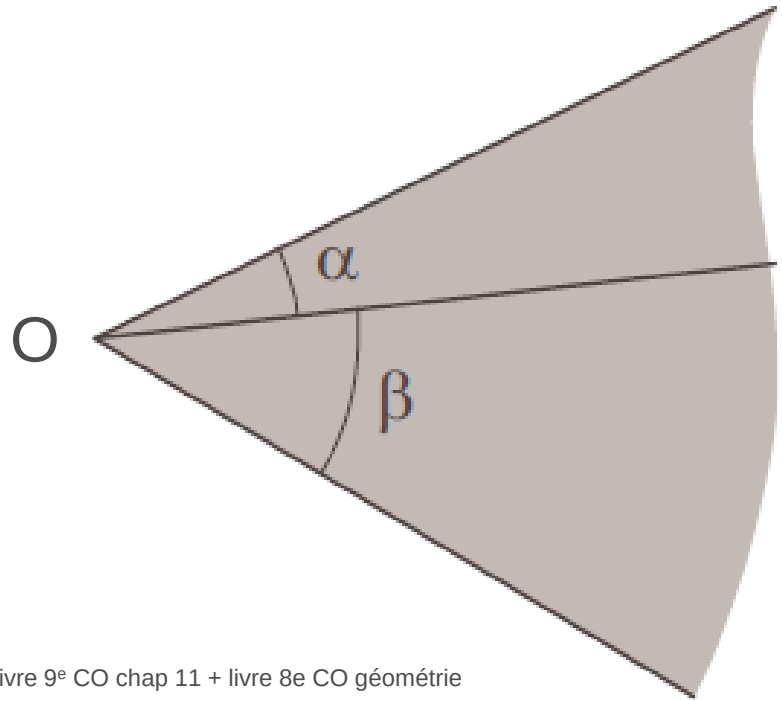
Angles adjacents

- Deux angles sont **adjacents :**

1) s'ils ont le même sommet

ET

2) s'ils sont situés de part et d'autre d'un côté commun



α et β sont
des angles **adjacents**

Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

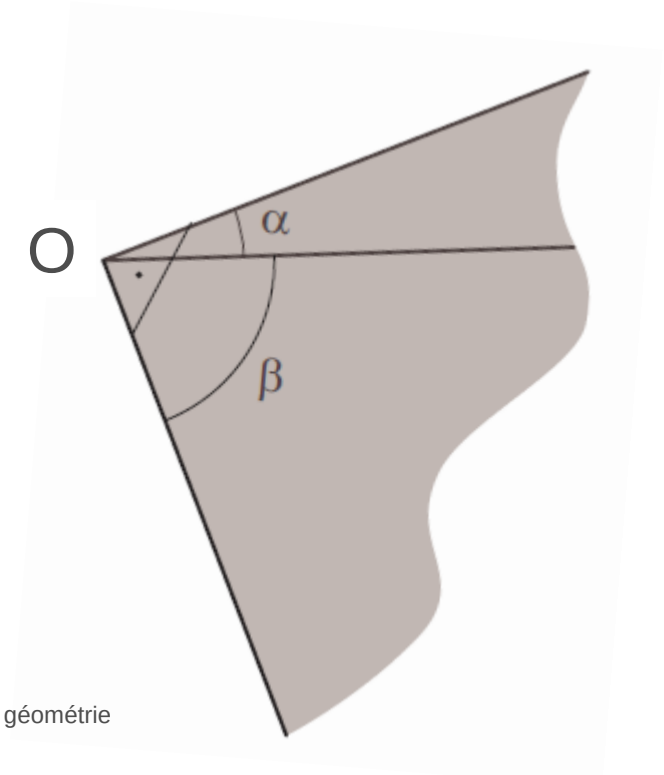
BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Angles complémentaires

- Deux angles sont **complémentaires :**

si la somme de leurs mesures est un angle droit

$\alpha + \beta = 90°$



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

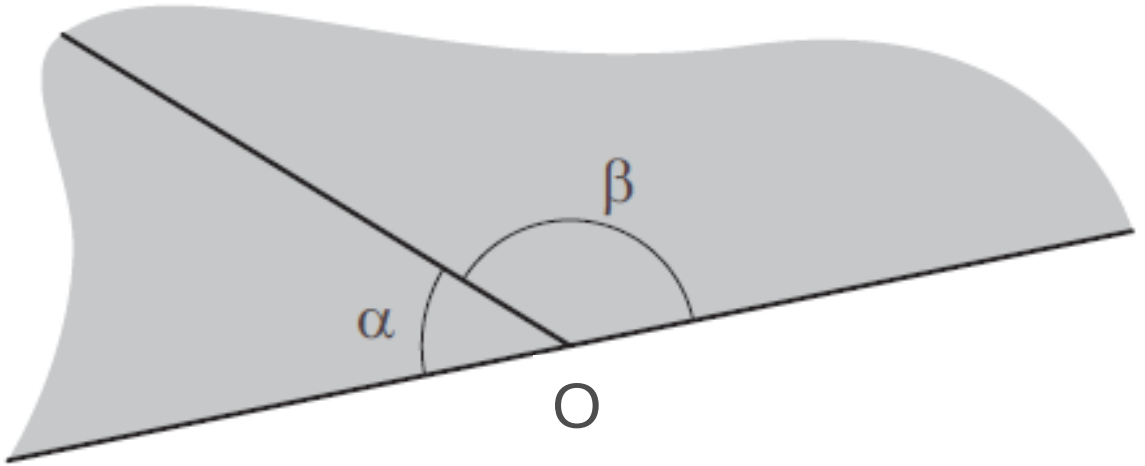
BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Angles supplémentaires

- Deux angles sont **supplémentaires :**

si la somme de leurs mesures est un angle plat

$\alpha + \beta = 180°$



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

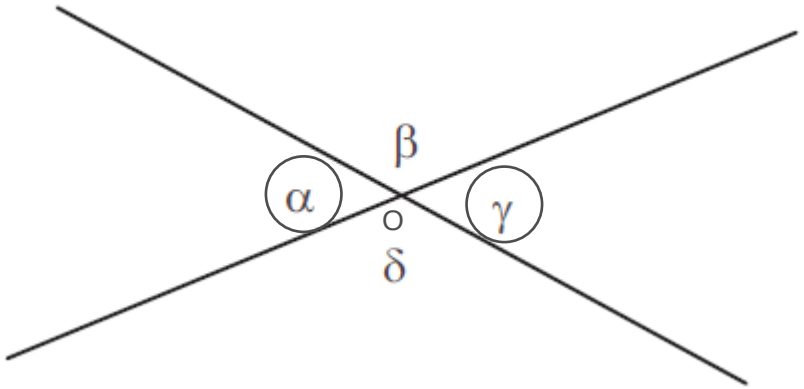
BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Angles opposés par le sommet

- Deux angles sont **opposés par le sommet :**

si les côtés de l'un sont les prolongements
des côtés de l'autre

$\alpha = \gamma$
$\beta = \delta$



α et γ sont des angles **opposés par le sommet**

β et δ sont des angles **opposés par le sommet**

Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Angles alternes -internes et -externes

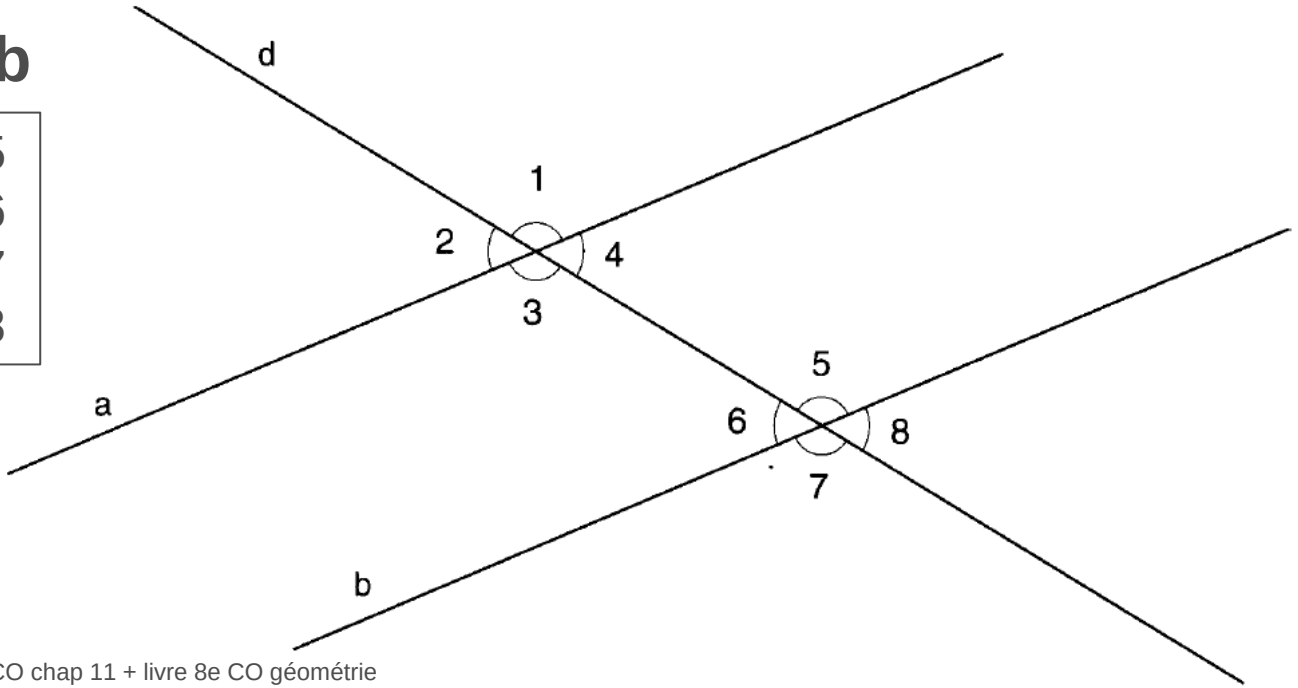
- Une droite **d** qui coupe deux droites parallèles **a** et **b** détermine 8 angles **:**

Les angles «**3 et 5**» et «**4 et 6**» sont **alternes-internes**

Les angles «**1 et 7**» et «**2 et 8**» sont **alternes-externes**

a // b

3 = 5
4 = 6
1 = 7
2 = 8



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Angles correspondants

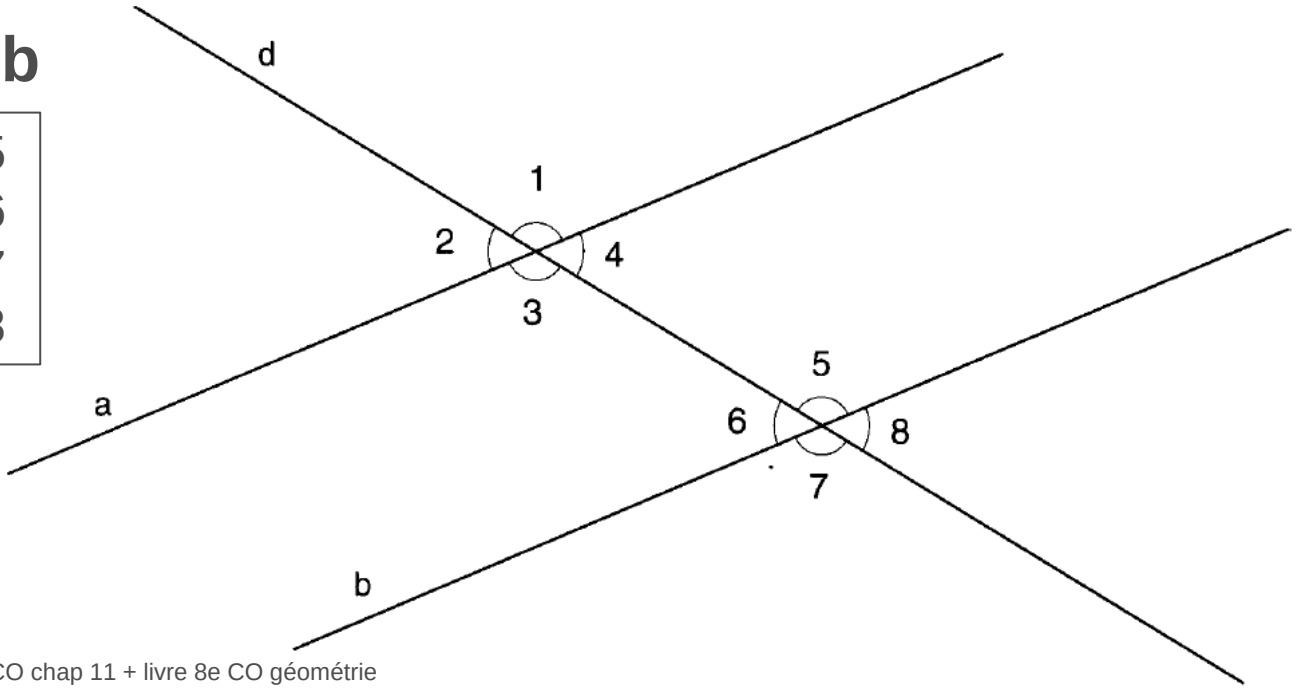
- Une droite **d** qui coupe deux droites parallèles **a** et **b** détermine 8 angles **:**

Les angles «**1 et 5**» et «**2 et 6**» sont **correspondants**

Les angles «**3 et 7**» et «**4 et 8**» sont aussi **correspondants**

a // b

1 = 5
2 = 6
3 = 7
4 = 8



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

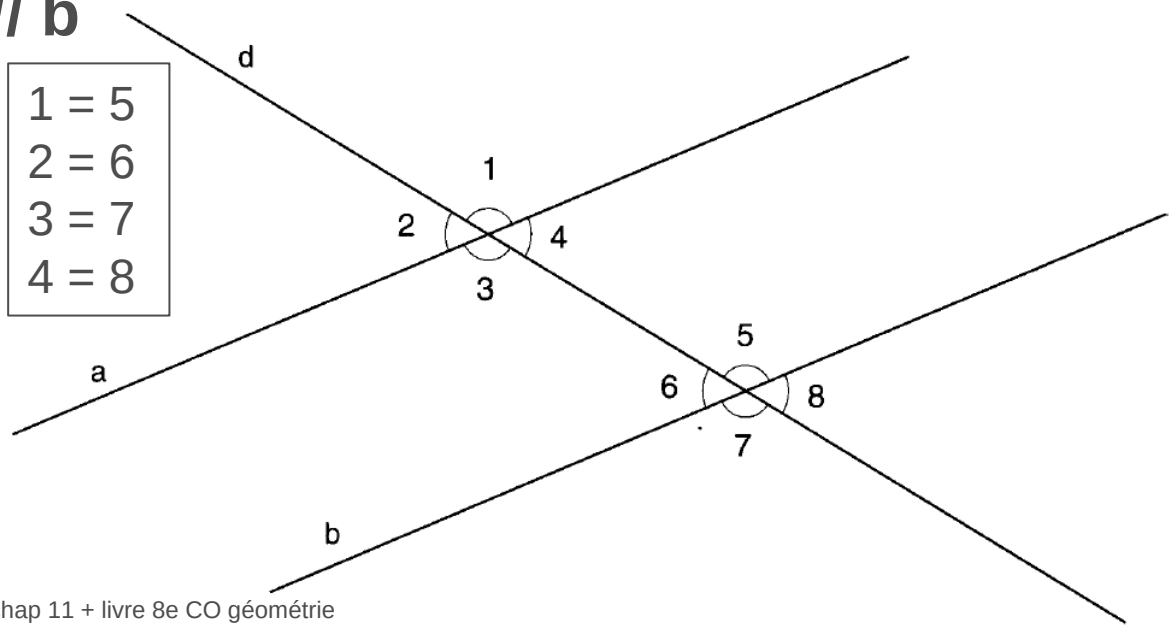
Théorème égalités des angles

- Théorème :

  - Opposés par le sommet
  - Deux angles correspondants sont égaux
  - Deux angles alternes-internes sont égaux
  - Deux angles alternes-externes sont égaux

a // b

3 = 5	1 = 5
4 = 6	2 = 6
1 = 7	3 = 7
2 = 8	4 = 8



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

TRIANGLES

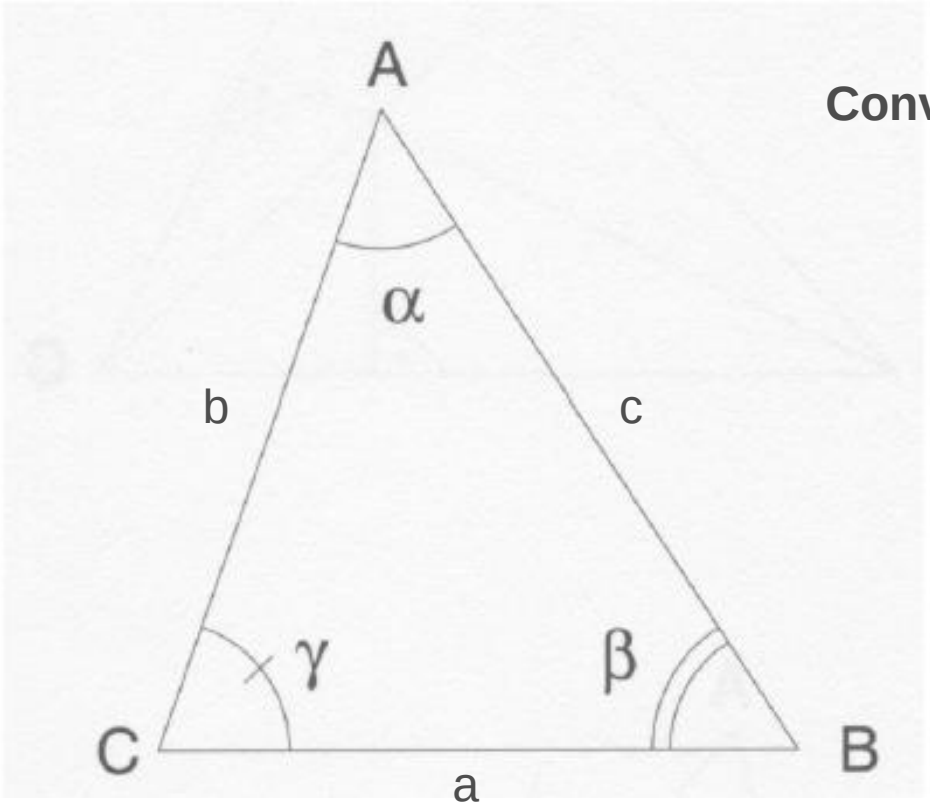


BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Définition et conventions

- Un triangle est un polygone qui a trois côtés
- Le triangle ABC a trois angles : α, γ et δ



Conventions :

α est l'angle de sommet A
β est l'angle de sommet B
γ est l'angle de sommet C

Côté $\overline{CB}$ opposé au sommet A
Côté $\overline{AC}$ opposé au sommet B
Côté $\overline{AB}$ opposé au sommet C

Côté «a» opposé au sommet A
Côté «b» opposé au sommet B
Côté «c» opposé au sommet C

Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Somme des angles d'un triangle

- Dans chaque triangle
  - la somme des angles est égale à **180°**

Démonstration Prolongeons les côtés du triangle ABC.

Par B, traçons la droite d parallèle à la droite (AC).

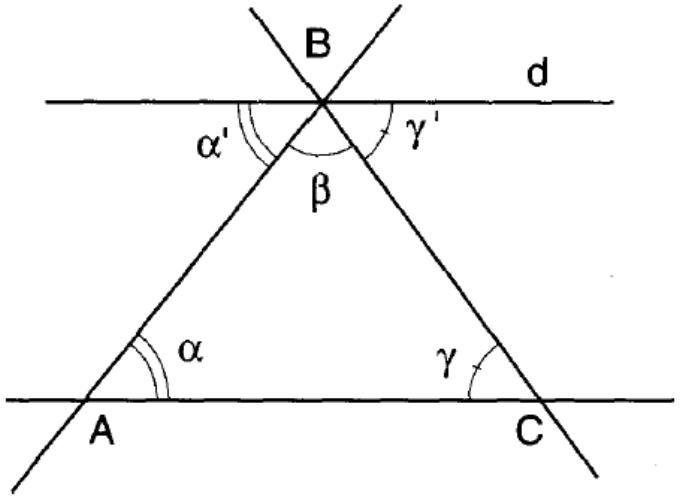
On a $\alpha = \alpha'$, car ces angles sont alternes-internes.

De même, on a $\gamma = \gamma'$.

Donc $\alpha + \beta + \gamma = \alpha' + \beta' + \gamma'$.

Mais $\alpha' + \beta' + \gamma' = 180°$.

Donc $\alpha + \beta + \gamma = 180°$;
c'est ce qu'on voulait démontrer.

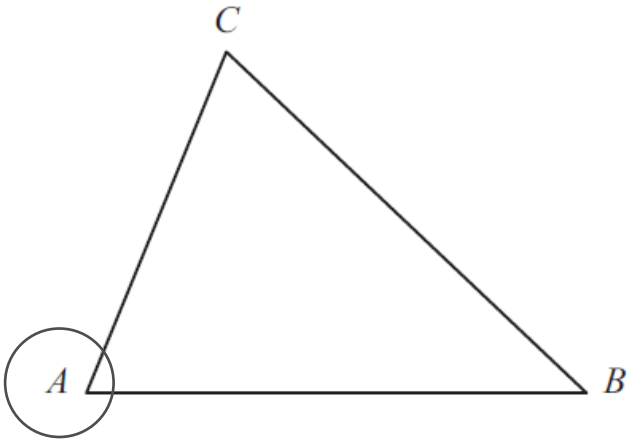


Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

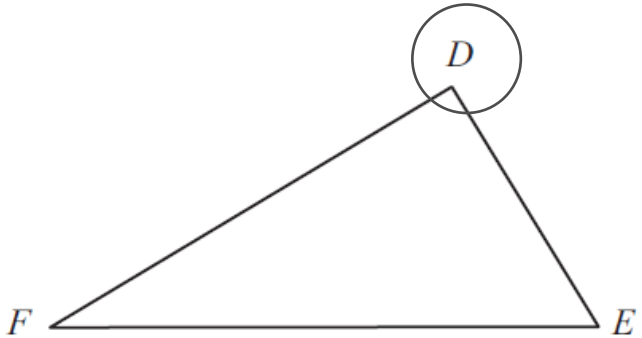
BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Sommets correspondants

- *A* et *D* sont des sommets correspondants
  - A est le « premier » sommet de ABC et D est le « premier » sommet de DEF
- *B* et *E* sont des sommets correspondants
- *C* et *F* sont des sommets correspondants



Triangle ABC



Triangle DEF

Remarque : l'ordre dans lequel on écrit les sommets en nommant les triangles est important

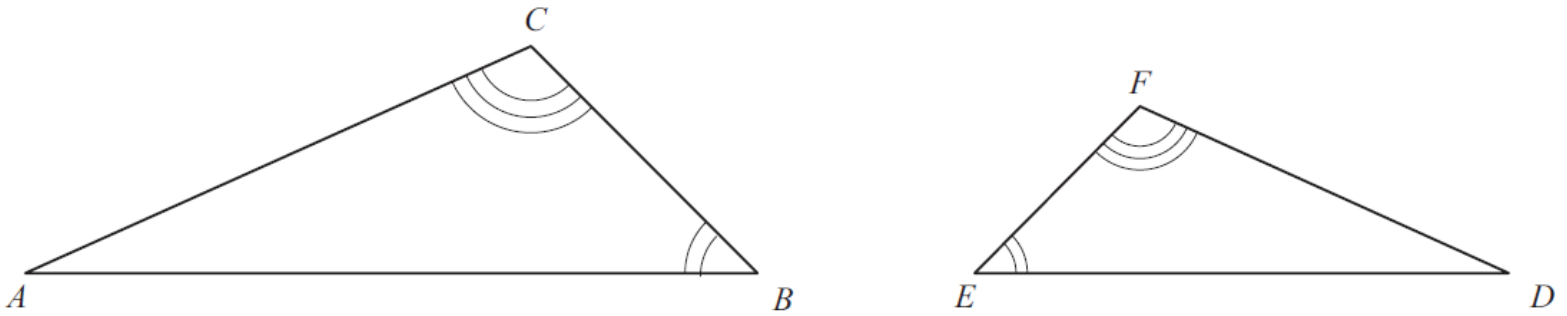
Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Triangles semblables

- Deux triangles ABC et DEF sont semblables :

si leurs **angles correspondants** sont **égaux**



Ces deux triangles sont **semblables**

$$\widehat{BAC} = \widehat{EDF}\ ; \quad \widehat{ABC} = \widehat{DEF}\ ; \quad \widehat{ACB} = \widehat{DFE}.$$

Si deux triangles sont **semblables**, alors
leurs côtés correspondants sont proportionnels

Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

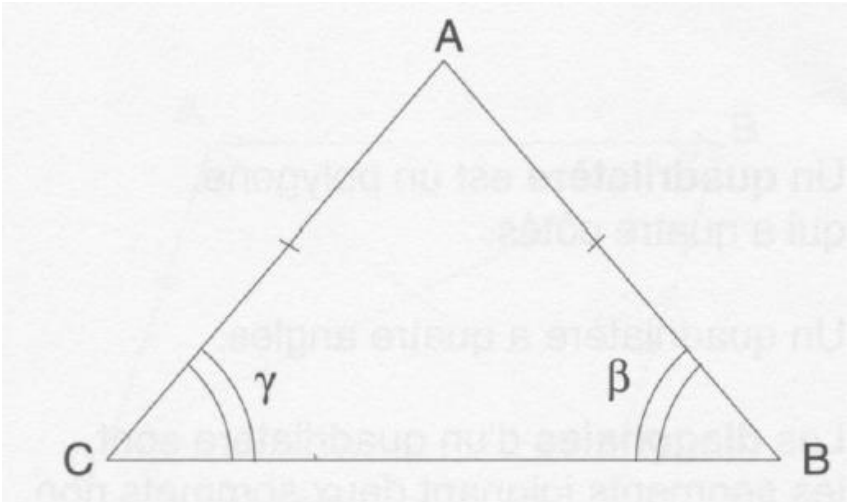
BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Triangle isocèle

- Un triangle est isocèle s'il a **:**
  - au moins deux côtés de **même longueur**
- Propriétés :
  - Un triangle isocèle a deux angles de même mesure

si AB = AC, alors $\gamma = \beta$

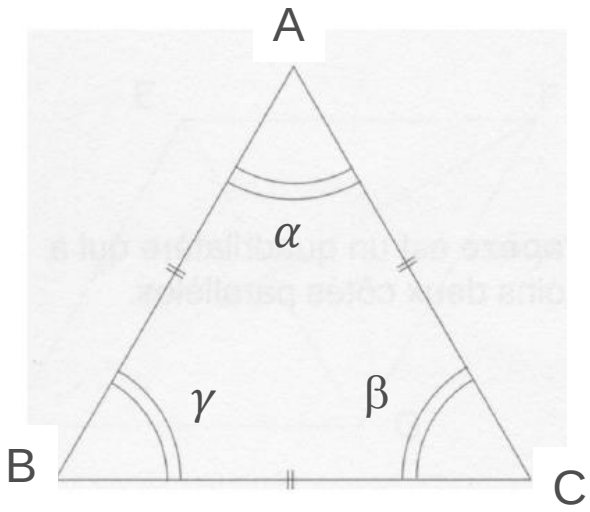


Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Triangle équilatéral

- Un triangle est équilatéral s'il a **:**
  - trois côtés de **même longueur**
- Propriétés :
  - Un triangle équilatéral a trois angles de même mesure
  - Chaque angle d'un triangle équilatéral mesure 60°



si AB = BC = CA,
alors $\alpha = \beta = \gamma$

Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

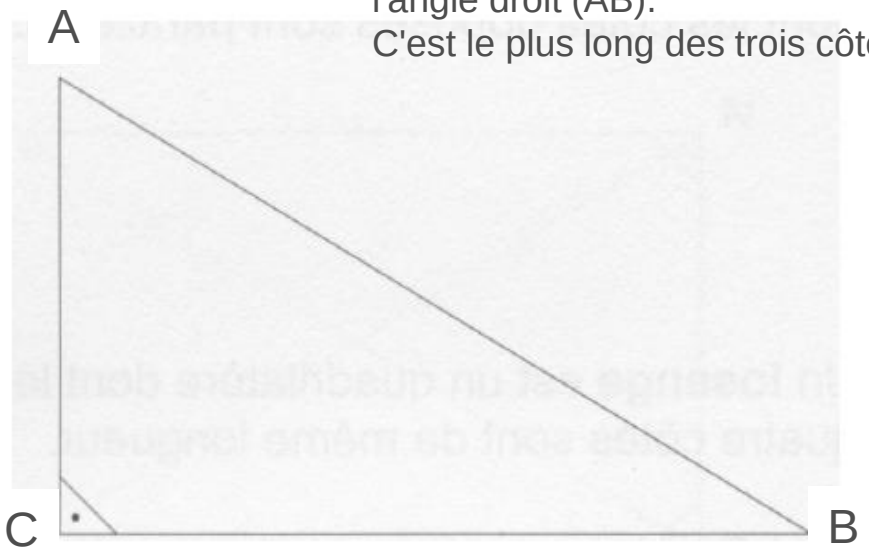
(cc) BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Triangle rectangle

- Un triangle est rectangle s'il a **:**
  - un **angle droit** (90°)

L'hypoténuse d'un triangle rectangle le côté opposé à l'angle droit ($\overline{AB}$).
C'est le plus long des trois côtés du triangle



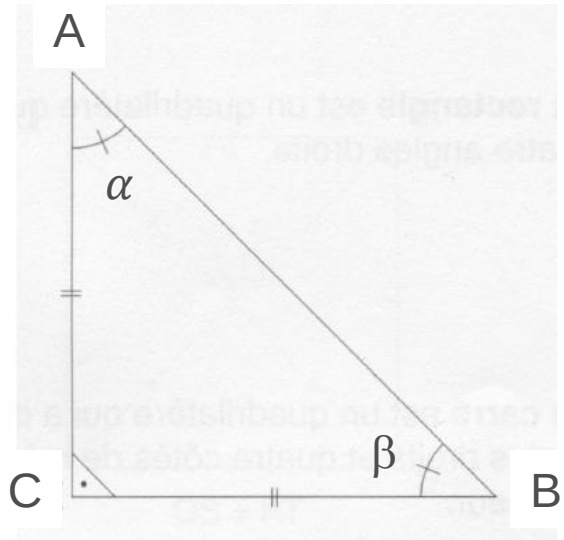
Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Triangle rectangle isocèle

- Un triangle est rectangle isocèle s'il a **:**
  - un **angle droit** (90°)
  - les côtés de cet angle droit sont de même longueur

- Propriétés :
  - Un triangle rectangle isocèle a deux angles de 45°



Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

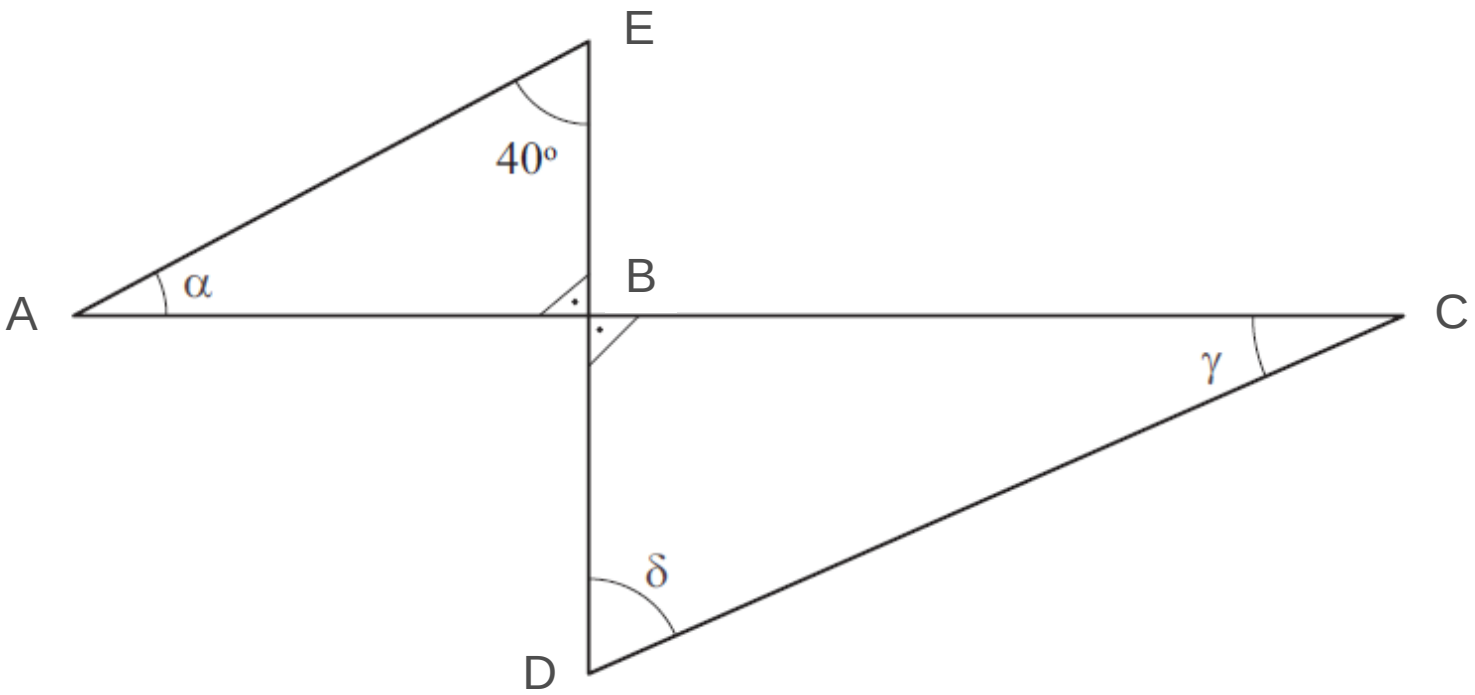
BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch

Trouver les mesures des angles



- **Problème** :
  - Déterminer α, γ et δ
- **Données** :
  - $\overline{AE}$ et $\overline{CD}$ sont parallèles
  - Croquis ci-dessous



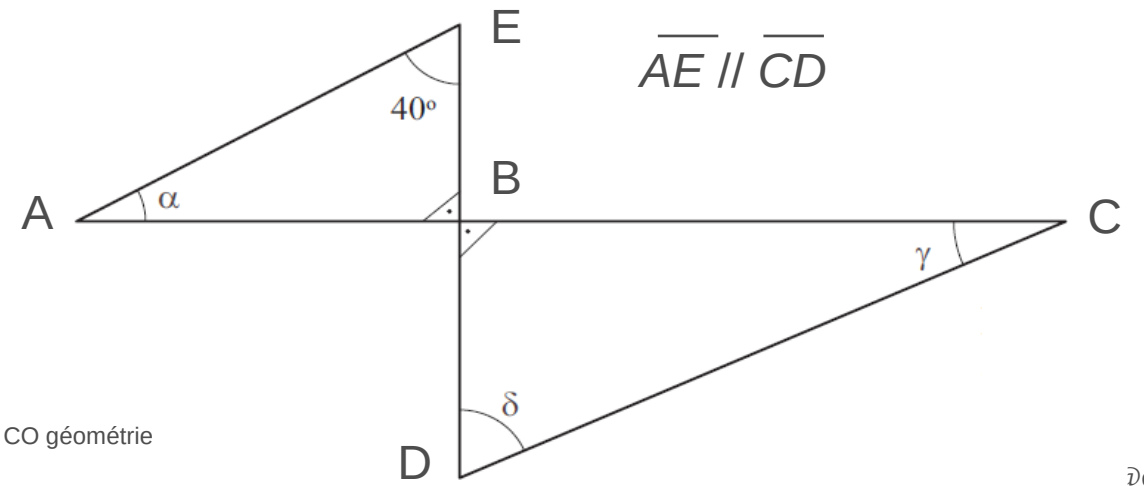
Source : livre 9e CO chap 11 + livre 8e CO géométrie

BY-NC-ND
johann.sievering@edu.ge.ch

Proposition de solution



- Alpha α :
  - La somme des angles d'un triangle est 180 °
  - α = 180 ° - 90 ° - 40 ° = 50 °
- Gamma γ
  - α et γ sont alternes-internes, donc égaux
  - $\gamma = \alpha = 50\,°$
- Delta δ
  - $\widehat{AEB}$ et δ sont alternes-internes, donc égaux
  - δ = 40 °



BY-NC-ND



QUESTIONS / RÉPONSES ?

(cc) BY-NC-ND

johann.sievering@edu.ge.ch